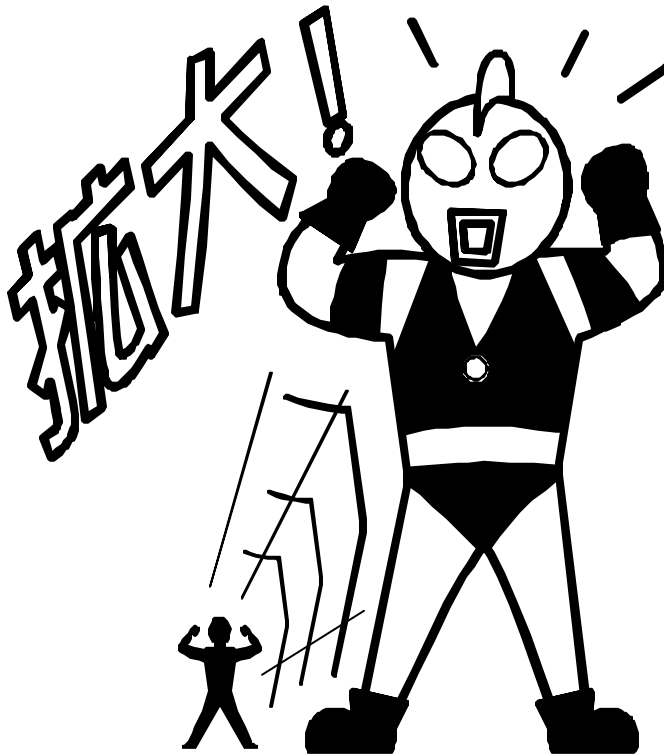


数学教育協議会
第49回全国研究大会

中学校 幾何



城西大学附属城西中学・高等学校

三川 一夫(東京)

0 はじめに

本校は10年前に中学ができ、中高一貫教育の男女共学の附属校です。場所は池袋から電車で1駅の都会のど真ん中にある学校です。中学は4クラス(3年だけ3クラス)、高校は6クラス(3年だけ7クラス)で1230名ほどの学校です。

今回は、体系的なことではなく実際にやってみて生徒の反応がよかった教材や教具を紹介したいと思います。

1 中学1年生中心に

(1) 「エッシャーの絵」を壁紙に(3年生～6年生)

図形の移動では、平行移動や回転移動を学習しますが、せっかくですので、それを利用したいいわゆる「エッシャーの絵」を書かせ、それをホームページの壁紙に仕上げてみました。特に昨年は同僚の佐藤先生がとていねいに指導してくださり、とても楽しい作品ができました。本校のホームページ(josaigakuen.ac.jp)に全作品が載っていますので、ご覧になってください。

生徒の書いた絵をスキャナで取り込み、Photoshop等の画像処理でGIF画面にして、壁紙としています。

(2) デルタ多面体作り(7年生～9年生)

折り紙でデルタ多面体を折らせる

折り方は7ページを見てください。

正四面体は正(A)と逆(B)を各1個で作る

六面体から十面体までは正をそれぞれ3個・4個・5個で作れます

十二面体からは正と逆を組み合わせて作りますのでやってみてください

ポリドロンプレイキューブ(東京書籍で販売しています)を利用する ⇐教具

ワラ半紙による変化する立体

正四面体⇨六面体⇨正八面体⇨十面体⇨正六角形

(3) 回転体 ⇐教具

ハニカムシートで回転体の教具

(4) 立方体の切断 ⇐教具

透明な立方体に断面を入れ、切断の様子を見もらう

2 中学 2 年生中心に

- (1) 「カックマン」で外角の和を調べる(10分) ⇐ 教具

ネジの原理を利用した「カックマン」という教具を利用し、外角の和が簡単に理解できる。1周まではなんてことないが、2周3周しても出てくるところが何とも楽しい。パックマンのようなのでカックマンと名前がついた。もともとは高校の三角関数の一般角を表す教具でした。

- (2) 輪ゴムで相似拡大(11分～12分)

輪ゴム 2 本を使って私の好きなドラえもんを拡大した絵を書いてもらう。最後にきれいに色を塗ってもらう。

- (3) どんな合同な四角形でも敷きつめられる(13分)

四角形は、正方形・長方形・ひし形・平行四辺形・等脚台形・台形・たこ形
凸形四角形・凹形四角形の 9 種類あること
どんな四角形も合同な図形で敷きつめられること
折り紙による敷きつめ

- (4) 等積変形 ⇐ 教具

任意の四角形を三角形に
任意の三角形を任意の三角形に

- (5) 三角形の重心(14分)

三角形の重心を求め、重心に楊枝を刺してコマを作ります。色を塗り、どのコマがきれいに回るかを競う。

3 中学 3 年生中心に

- (1) 相似な立体 ⇐ 教具

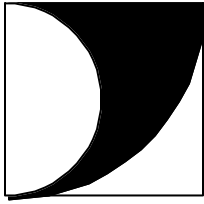
長良川大会のときに見つけた四角形・五角形・六角形の相似な箱

- (2) はめ込みパズルで三平方の定理(15分～22分)

何種類かのパズルを用意し、2つの正方形を切断し大きな一つの正方形に作り上げるパズルです。出来上がったなら台紙に張ってもらう。

以上、を時間のある限り紹介をしたいと思います。

エッシャーに挑戦

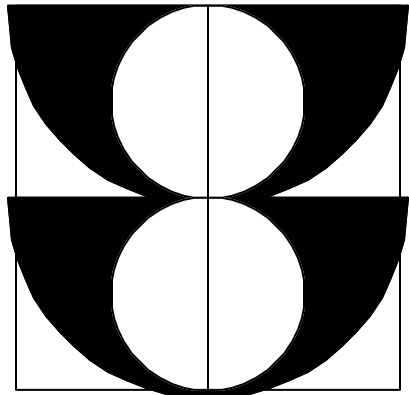
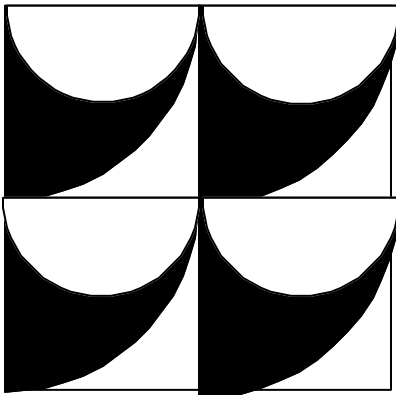
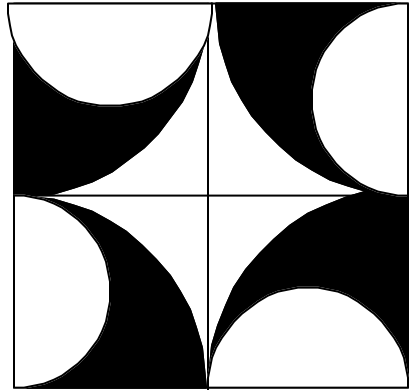
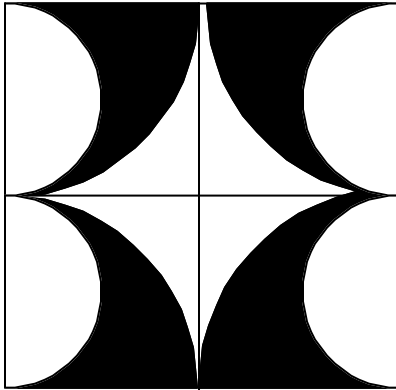


図形の移動は3つありました。

1. 移動
2. 移動
3. 移動

です。

では、上の図形はどう移動したでしょうか。



アルファベットの分類

1. こんどは、アルファベットを対称性で分類してみましょう。

(1) A のタイプ 左右対称

(2) B のタイプ

(3) H のタイプ

(4) O のタイプ

(5) N のタイプ

(6) F のタイプ 非対称

2. タイプ別ユニットの4マスデザインを考える

(1) 対称軸が1本の場合

A **B** のタイプ
正 対称

90°
180°
270°

___種類

___通り

(2) 対称軸が2本の場合

H のタイプ
正 対称

90°
180°
270°

___種類

___通り

(3) 対称軸が3本の場合

O のタイプ
正 対称

90°
180°
270°

___種類

___通り

(4) 非対称の場合

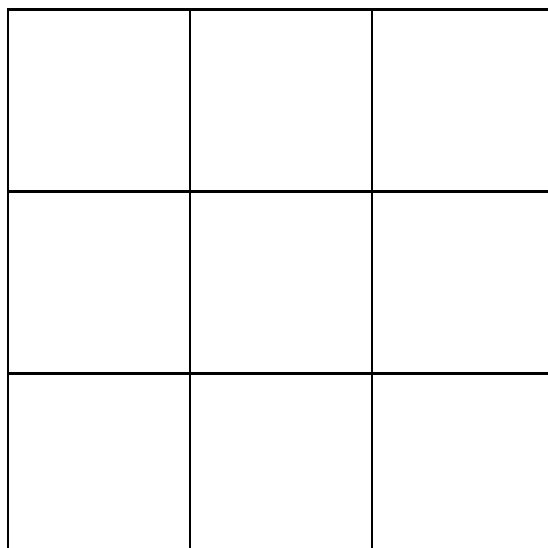
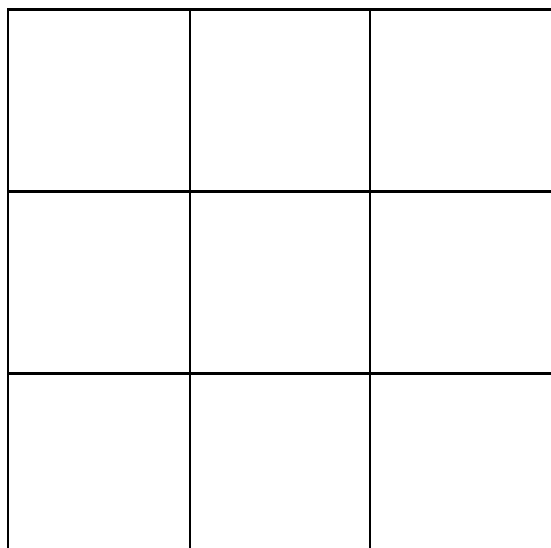
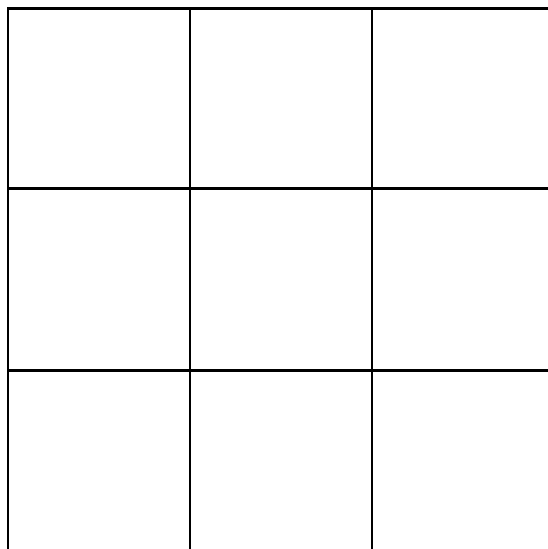
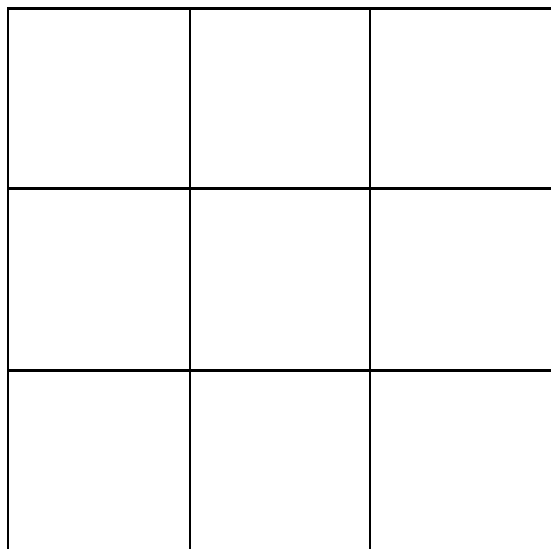
F のタイプ
正 対称

90°
180°
270°

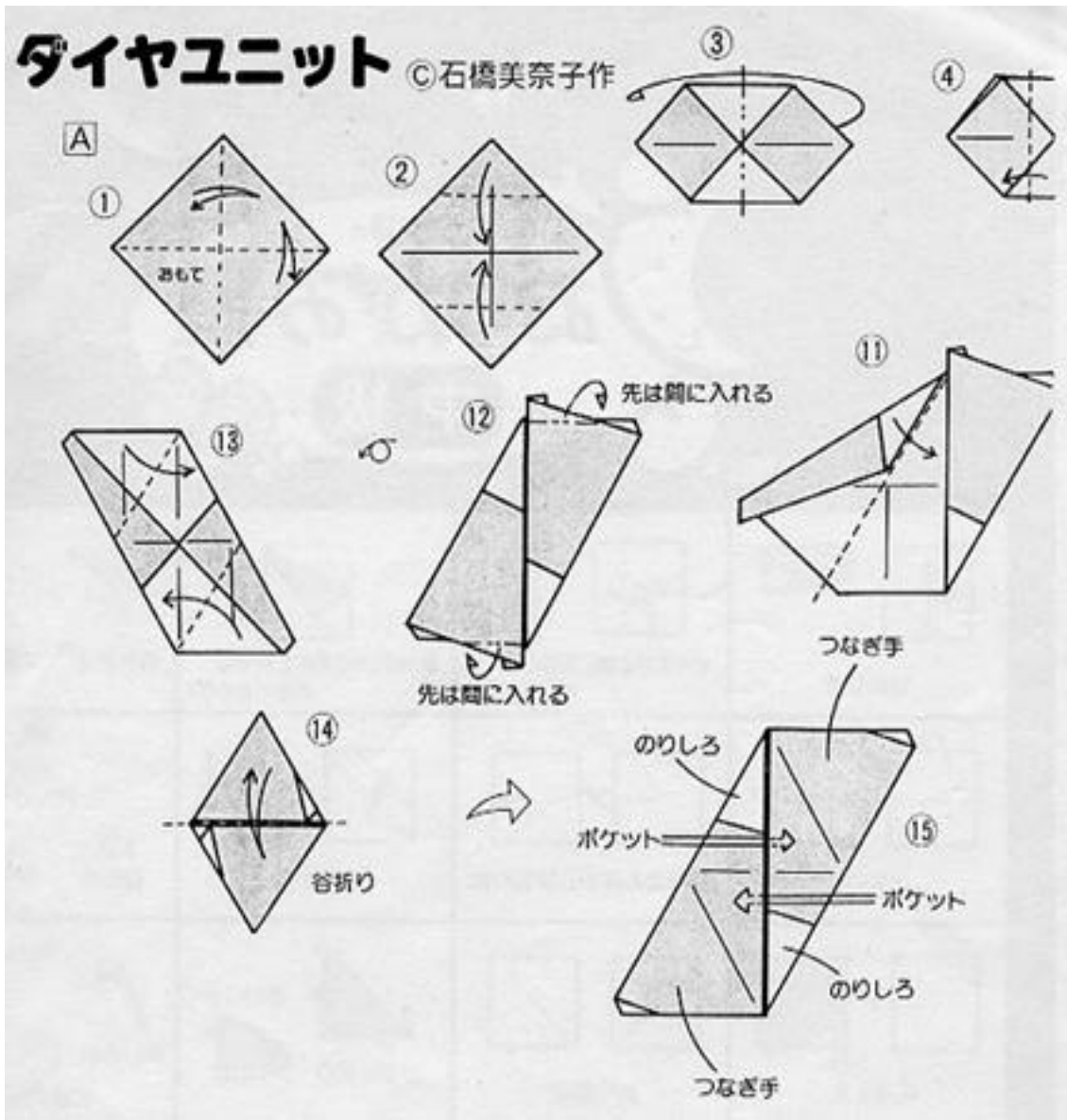
___種類

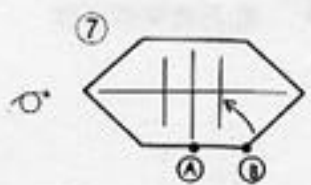
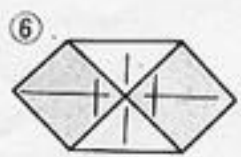
___通り

エッシャー下絵書き用紙

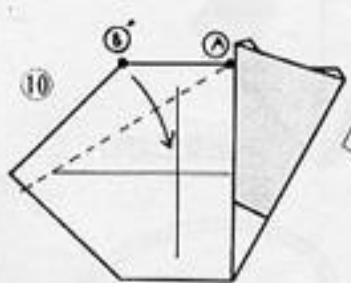


ユニット折り紙の折り方

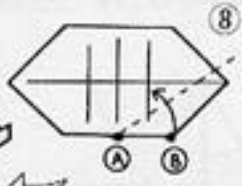
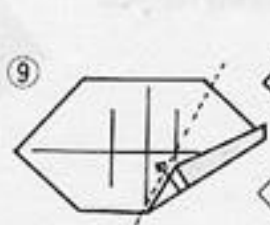




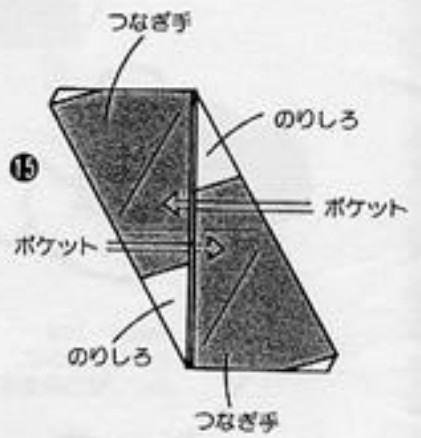
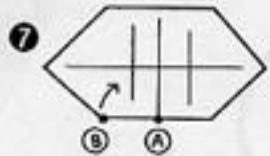
⑥と⑦に注目
 ⑥点を固定、⑦点は線上に
 含まず(60°に折る)



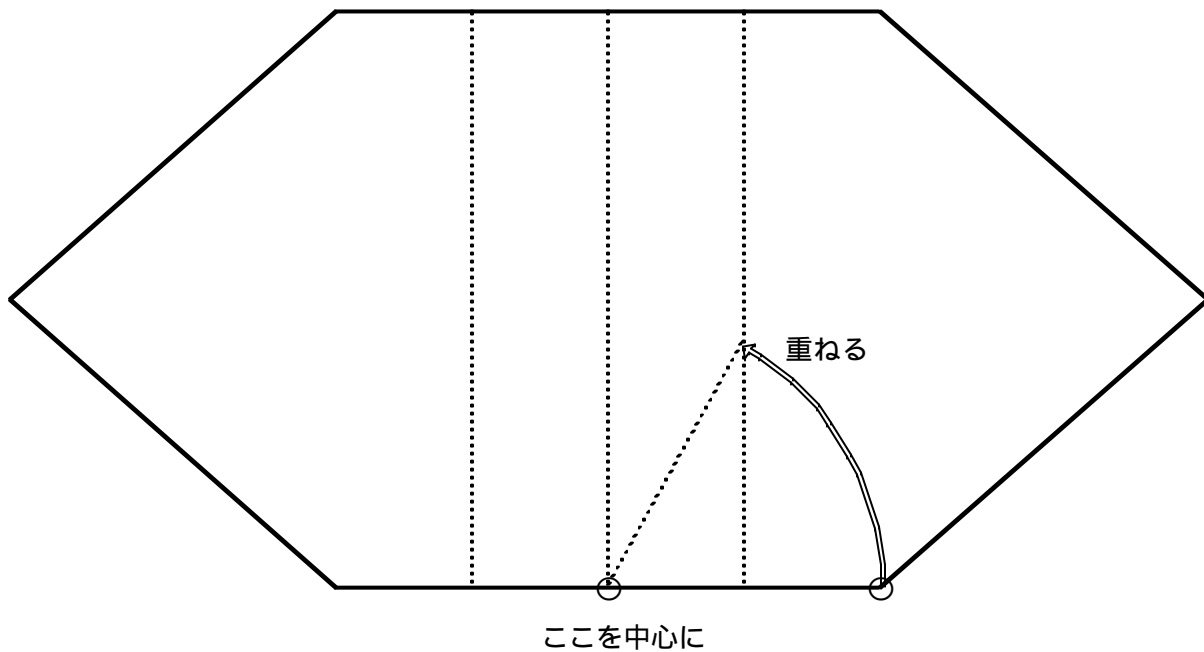
左側も60°に折る



B [A]の6番まで同じ
 ①左側を60°に折り
 あとは同様(対称)に折る



折り紙の折り方で のポイント



デルタ多面体

2枚で	正四面体	正1枚・逆1枚
3枚で	六面体	正3枚
4枚で	正八面体	正4枚
5枚で	十面体	正5枚
6枚で	十二面体	正3枚・逆3枚
7枚で	十四面体	正4枚・逆3枚
8枚で	十六面体	正4枚・逆4枚
10枚で	正二十面体	正5枚・逆5枚

その他色々な組み合わせがあります。試してみてください。

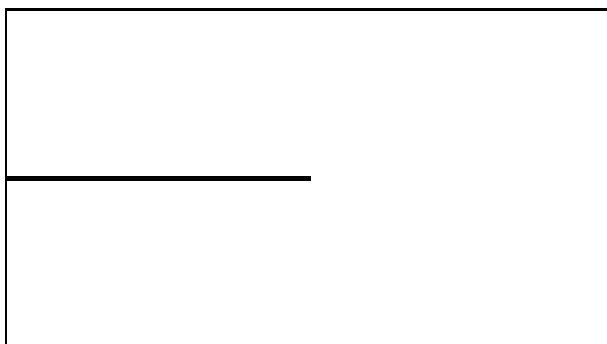
「カックマン」の作り方

材料

色工作用紙 6色を各1枚
ネジとナット(ハトメでもいい)
セロテープ
サークルカッター(円を切るのに使う)
カッター
千枚通し

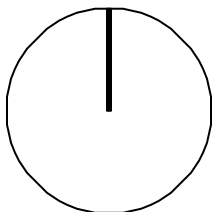
準備

工作用紙1枚を図のように中央をカッターで切る



サークルカッターで
直径10cm, 15cm, 20cm, 25cm, 30cmの円を切る

で切った5つの円の半径をカッターで切る

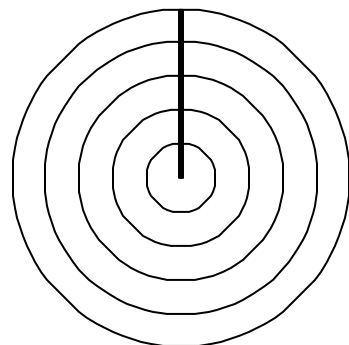


一番上が直径10cm一番下が30cmの円になるようにし
切り口を上は左、下は右をセロテープでとめる
同様にして5枚をとめてネジ状のものを作る

適当に矢印を作る

矢印、円、台に穴を空ける

上から矢印、円、台の順にし、穴に上から
ネジを入れ、下でナットでとめる



好きなキャラクターを拡大しよう

- 用意するもの
ワラ半紙 1枚・輪ゴム 2個・画びょう 1個
消しゴム・鉛筆・色を塗るもの・30cmの定規
- やり方
ワラ半紙を横向きに置く 次図-図1を参照
拡大したいキャラクター
(たて12cm、よこ7cm以内)を
ワラ半紙の左端から10cm位あけてはる
輪ゴム2個をつないで1本にする
はったキャラクターの左端から
8cm位の位置に下から画びょうを刺し、輪ゴム引っかけ消しゴムで止める
でとめた場所をしっかりと押さえながら輪ゴムの端に鉛筆をひっかけて、輪ゴムの結び目を見ながら輪郭を書いていく 次図-図2を参照
できあがったらいくつかのポイントになる場所を決めて、チェックしながら修正する
このとき、3~4ヶ所位押さえた場所と元の絵とそれに対応する場所まで定規で直線を結ぶ
修正が終わったら色を塗って仕上げる

四角形を3倍に拡大しよう

- 用意するもの
ワラ半紙 1枚・30cmの定規・鉛筆
- やり方
ワラ半紙を横にし、左側4分の1の範囲に適当な四角形を書く。
左端に拡大の中心Oを決め、鉛筆で印をつける。
中心と各四角形の頂点を結び中心からの距離の3倍の点に印をつける。
4つともつけたら結ぶ。

図 1

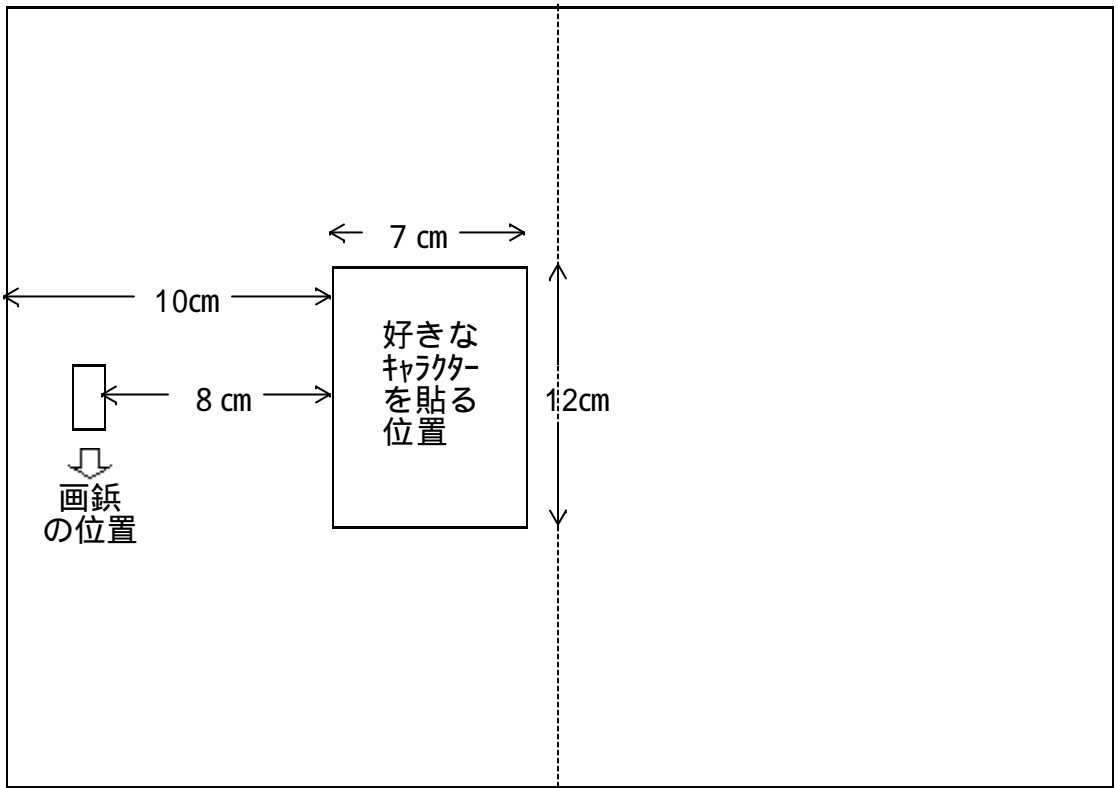
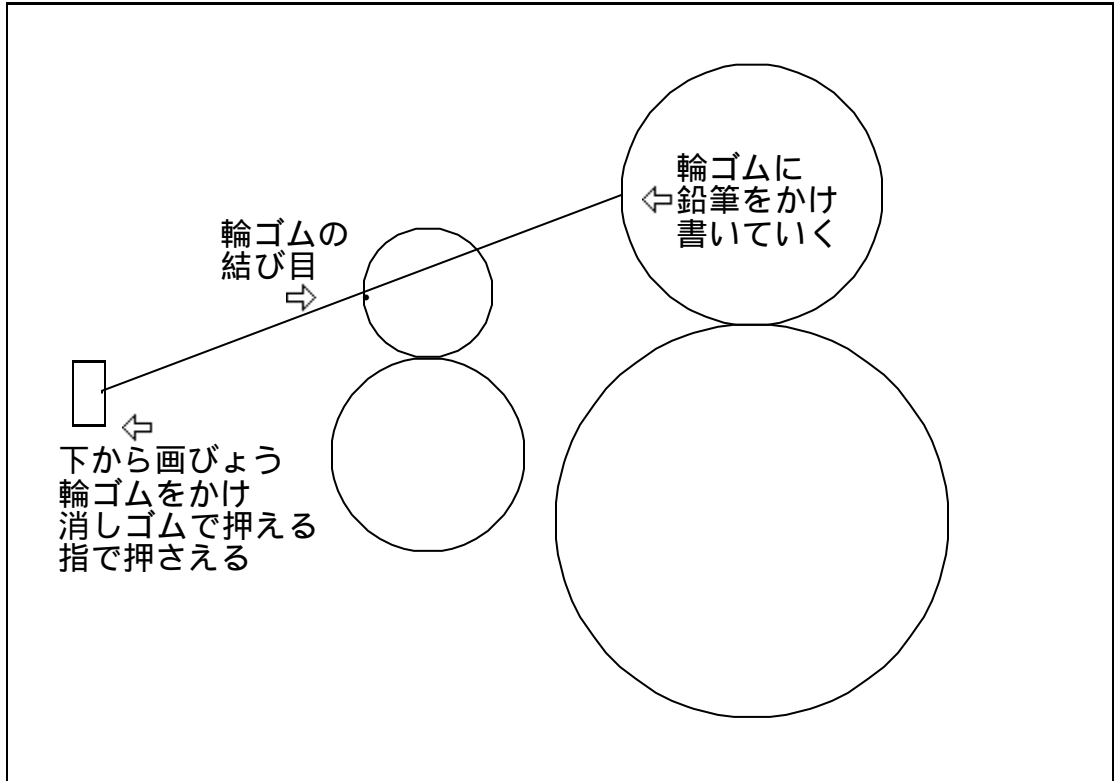


図 2

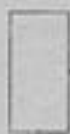


□□□ ドラえもんを描こう □□□

城西大学付属城西中学校 2年 ___組 ___番 氏名 _____

ドラえもん ①

セロテープを貼る位置



8 cm 位



藤子不二雄

合同な図形でしきつめる

みんなは、蜂の巣を見たことがありますか。合同な正六角形がきれいにしきつめられていますね。

そこで、合同な図形で平面をしきつめることを考えてみましょう。

しきつめの条件

右図（A）のように重なりをつくらない。

右図（B）のようにすき間をあけない。

裏返して並べない。

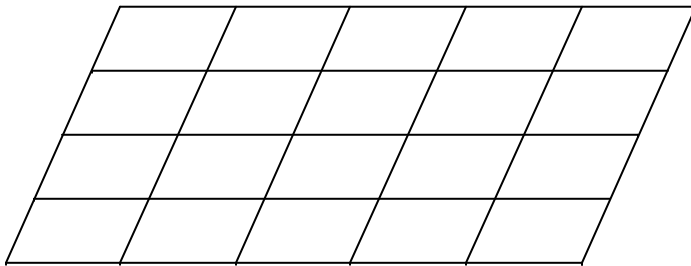
頂点をそろえる。（ずらさない。）

(1) 三角形

1. 三角形の種類をあげよ。
2. 合同な三角形を使って平面をしきつめるとき、しきつめられるものをあげよ。
3. 好きな形の合同な三角形を12枚折り紙で作り、実際に確かめよう。
4. うまくできたら、画用紙にきれいにはろう。

(2) 四角形

1. 四角形の種類をあげよ。
 2. 合同な四角形を使って平面をしきつめるとき、しきつめられるものをあげよ。
- 平行四辺形でしきつめるとつぎのようになる。



3. 合同な四角形を12枚折り紙で作り、実際に確かめよう。
4. うまくできたら、画用紙にきれいにはろう。

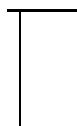
(3) 合同な図形で平面をしきつめられるのはどんな場合か考えよう。

好きな形のコマをつくろう

- 用意するもの
人参（または大根） 1本・はかり・糸・包丁
厚紙（作りたいコマの大きさのもの）・ハサミ
まち針 1本・重り1個・定規・つま楊枝1本・接着剤
- 実験
(1) 人参がつりあうように糸を使ってぶらさげる。
問 糸のところで人参を切ったとき、それぞれの重さは同じで
しょうか。それとも違うでしょうか。
(2) 実際に包丁で切って、はかりで量ってみる。
問 どうしてそうなるのか考えよ。
- ものがつりあう点を重心といいます。その点を中心にまわすと、
とてもよく回ります。このことを利用して好きな形のコマを作って
みましょう。

準備

- (1) 自分の好きな形に切り、色をつけて
きれいにしあげよう。
- (2) 20cm位の糸の一方に、おもりをつけ、
他方にまち針をつける。

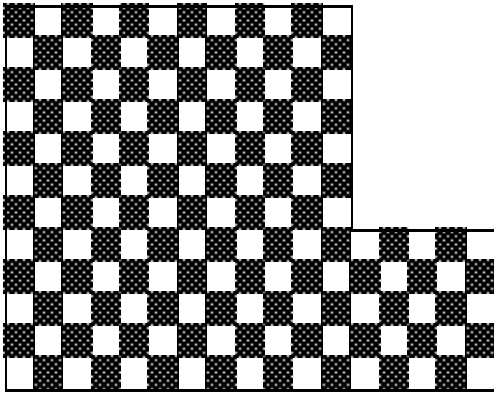


重心の見つけかた

- (1) 作ったコマの端の方にまち針を刺し、まち針を持ってぶらさ
げます。
- (2) おもりもコマもブラブラするが、しばらくすると両者とも止
まるので、その糸をコマに押さえる。
- (3) 糸の場所に印を鉛筆でつける。
- (4) つけた印と針の穴とを定規で結ぶ。
- (5) 同様に、他の場所で(1)~(4)までを繰り返して行う。
- (6) これらの2つの直線の交点が求める重心である。
- (7) さらに、もう一箇所でもやってみて、糸がさきほどの交点を通
ることを確認せよ。
- (8) 重心に穴をあけ、つま楊枝を刺して、ボンドで止める。

以上で、コマができあがる。各自回してみよう。

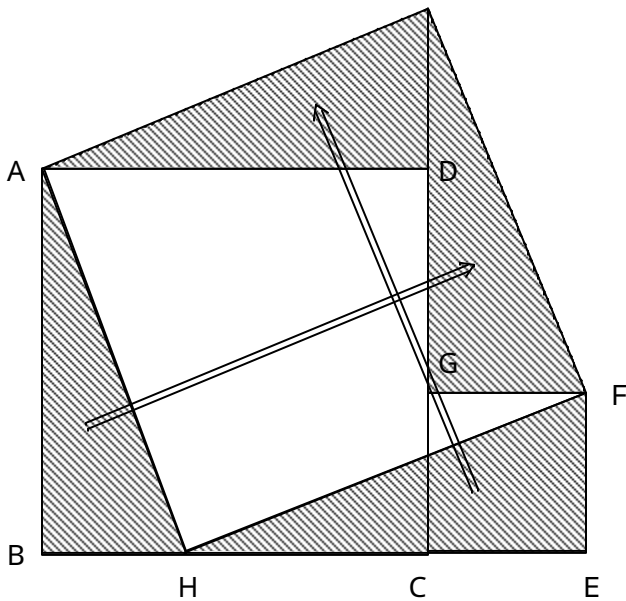
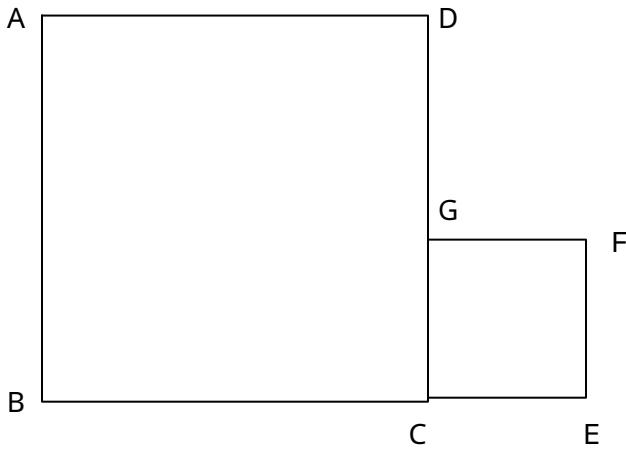
ピタゴラス婦人パズル その1



ある日、ピタゴラス婦人が、左の図のような格子じまの入った敷物のはんぱぎれを正方形に直すのに、よい方法がないかピタゴラスに相談をしました。

ピタゴラスは、 $CE = BH$ となる点Hをとり、AとH、HとFを結んだ線で切り取り切り取った三角形を平行移動して大きな1つの正方形ができると言いました。

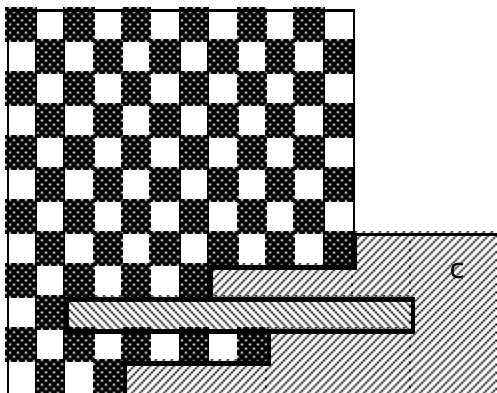
さて、どうして正方形になるのでしょうか。考えてください。



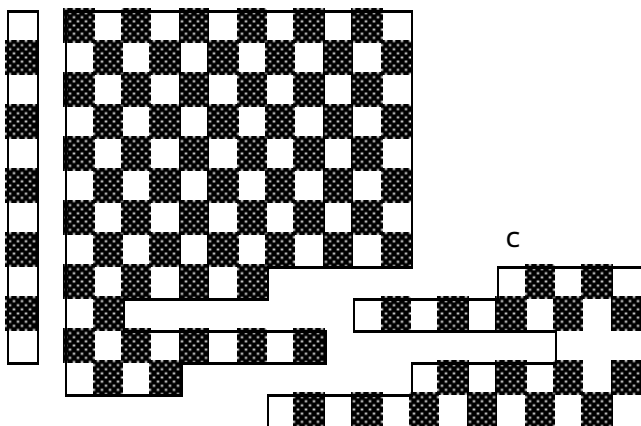
ピタゴラス婦人パズル その2

さっきの切り方では布を斜めに切ることになるので布がもつれるのでだめだと婦人は言いました。そこでしばらく考えていた婦人がつぎのように a, b, c に分ける方法を見つけ得意になっていました。

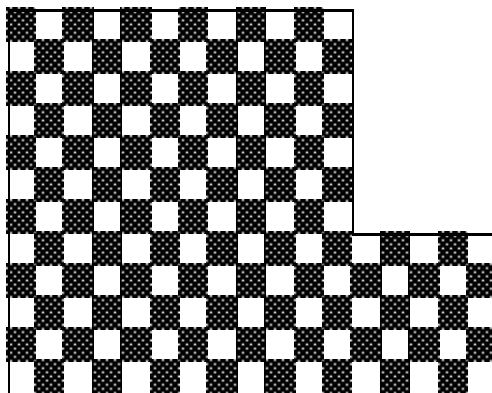
b (a は真ん中の細い部分)



a b

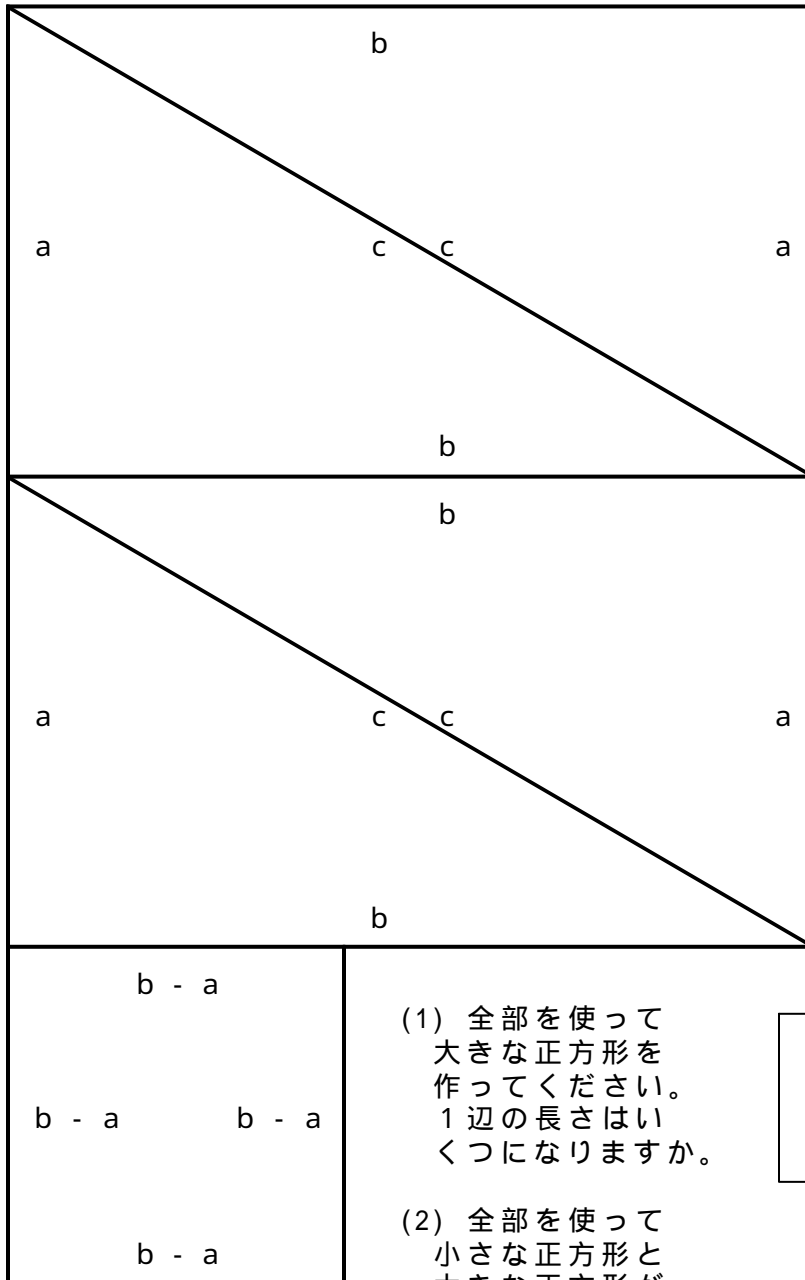


でも、これも a の部分の布がたてになってしまい折り目がひと切れだけ逆さになってしまいます。そこで、ピタゴラスに「ます目の折り目が逆さにならない方法を見つけしてほしい」とたのみました。ピタゴラスの代わりに考えてください。



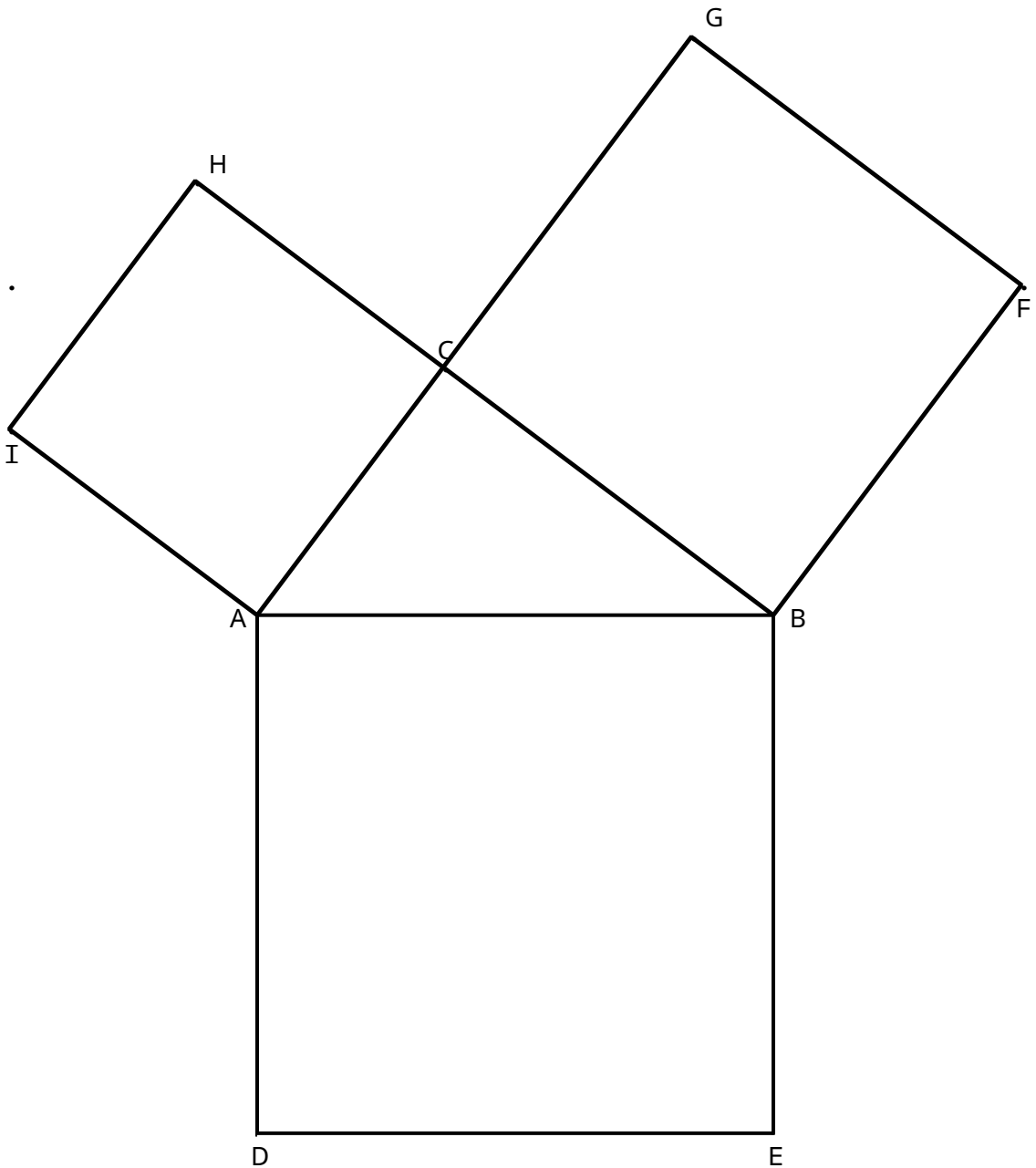
パズルを作り三平方の定理を証明しよう その1

つぎの三辺が a , b , c の4つの直角三角形と1辺が $b - a$ の正方形を切り取ってください。

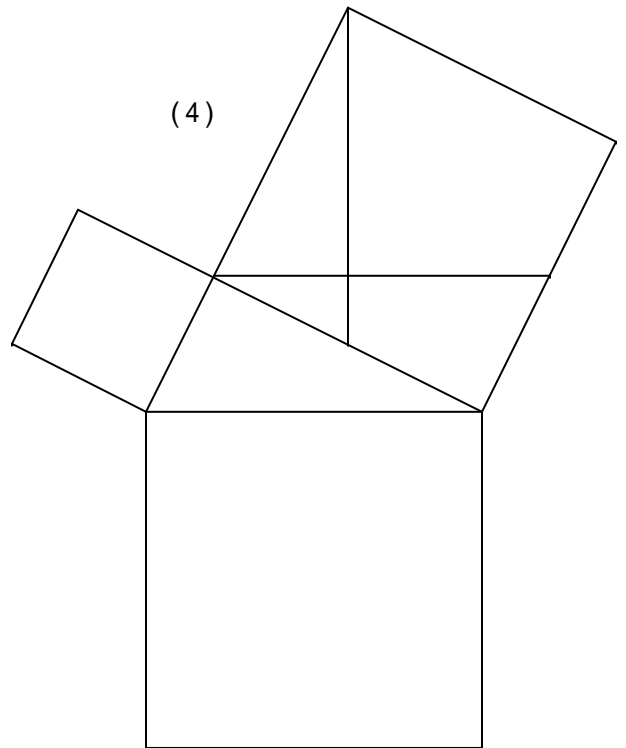
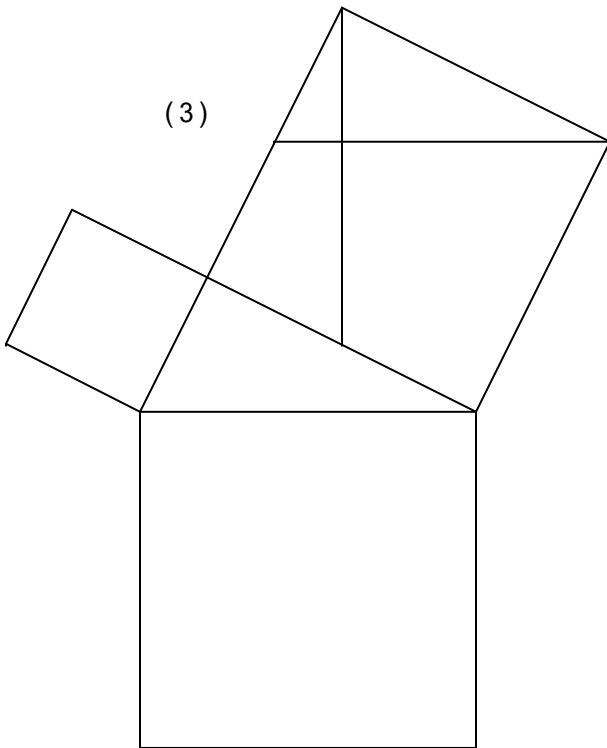
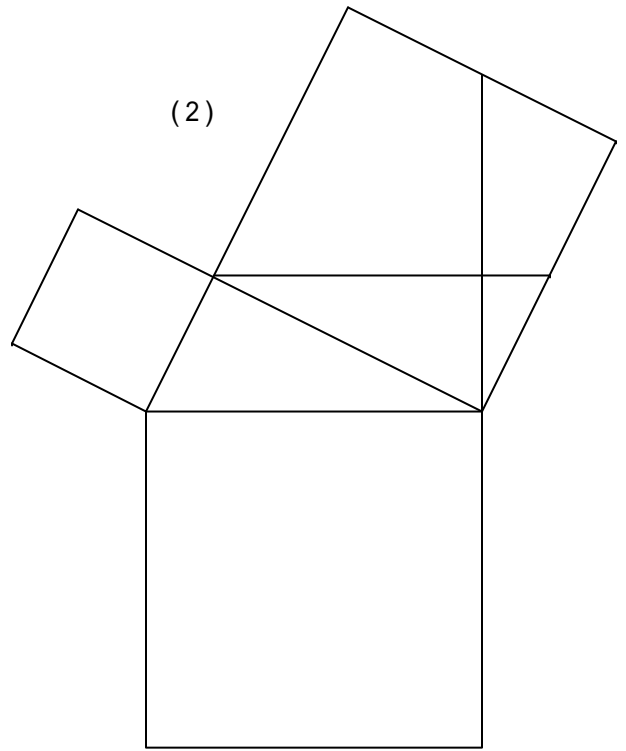
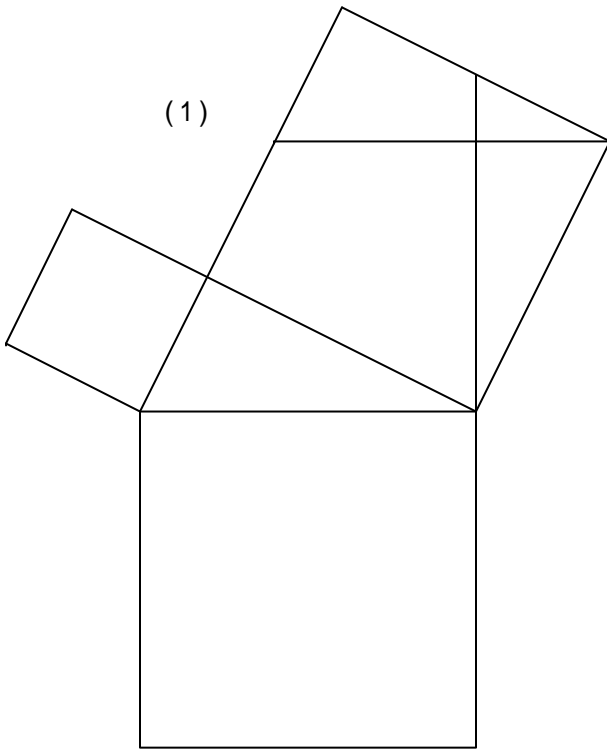


三平方の定理の証明パズル その2

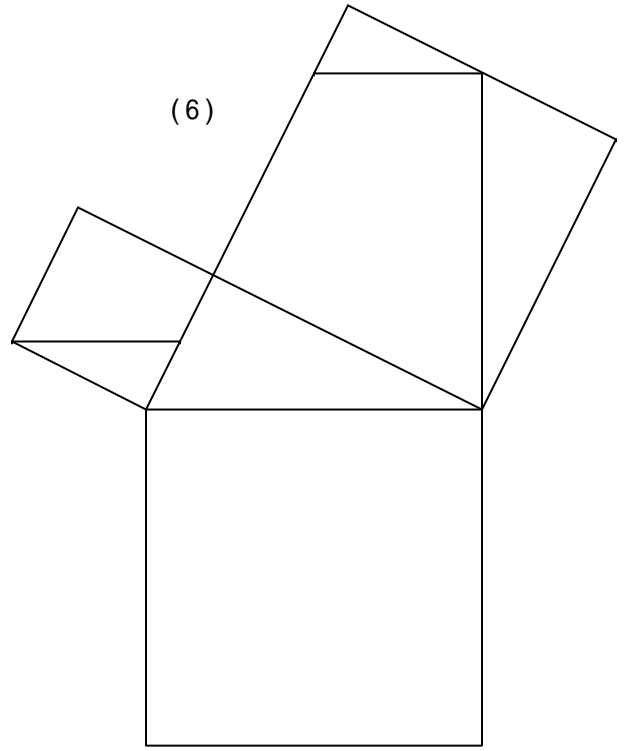
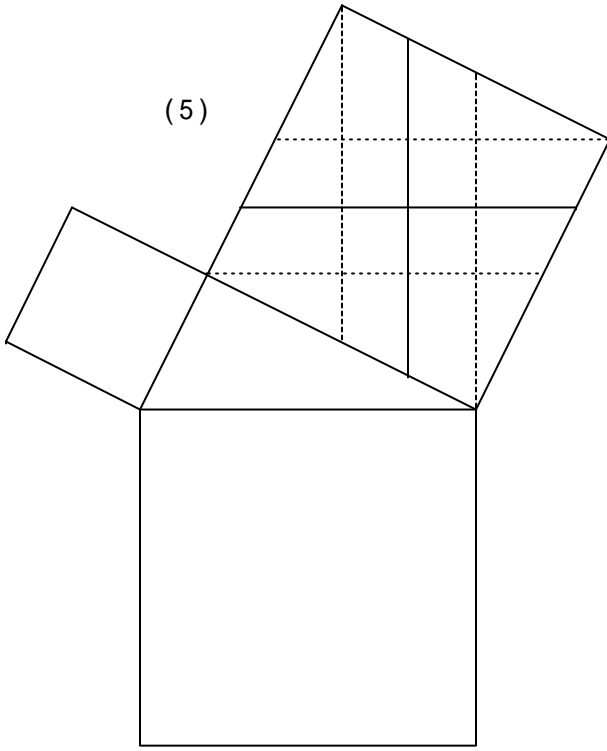
下の図の上の2つの正方形をいくつかに分割し、下の正方形にはめ込んでください。



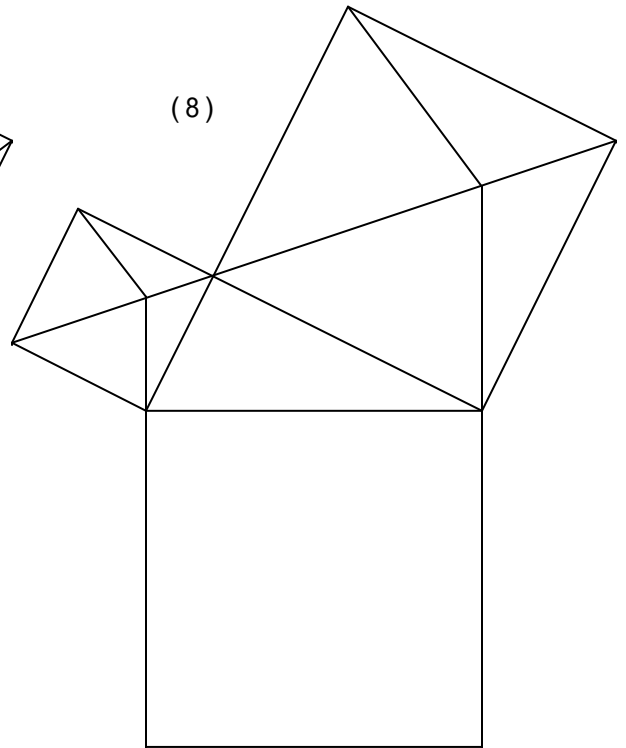
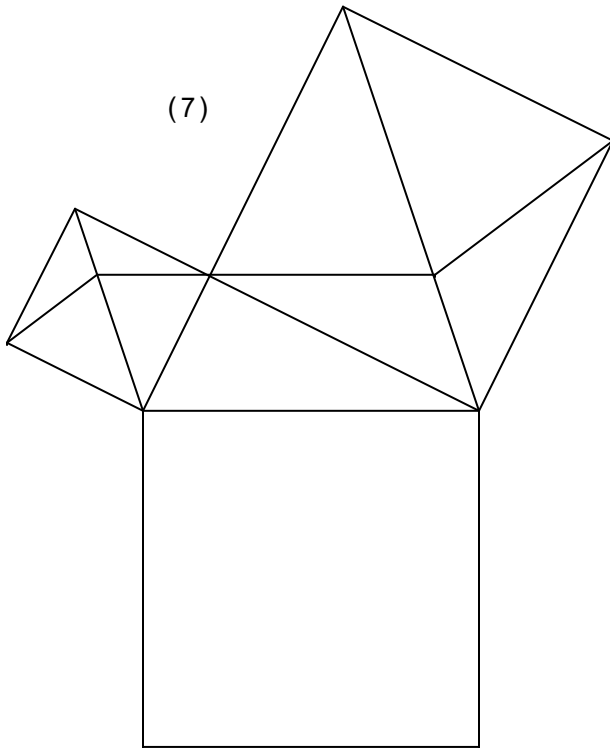
3年 組 番 氏名 _____

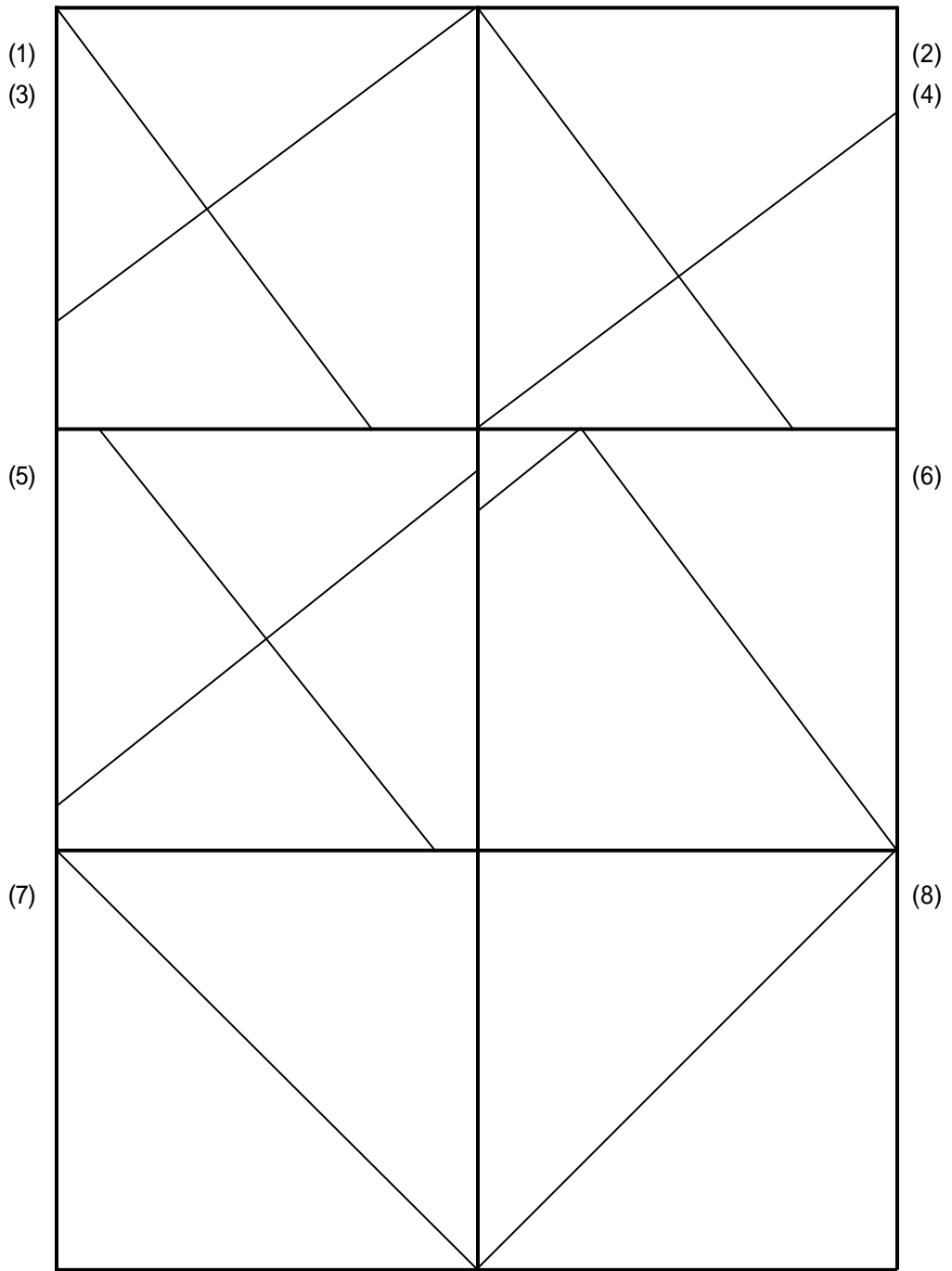


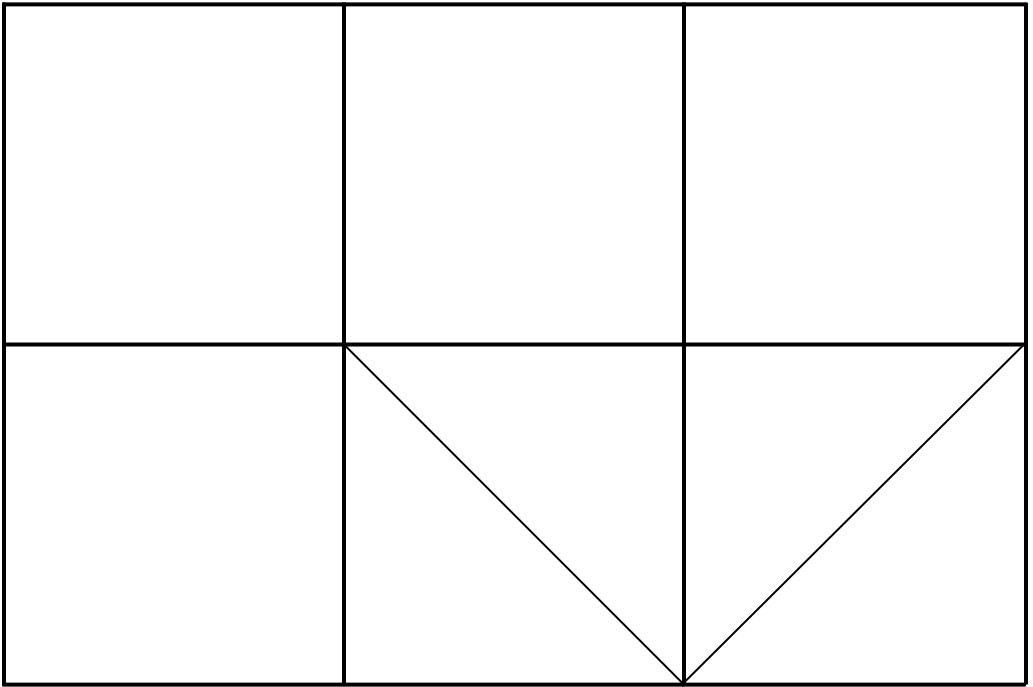
(1) ~ (5)までで1つ選んでください。



(6) ~ (8)から1つ選んでください。



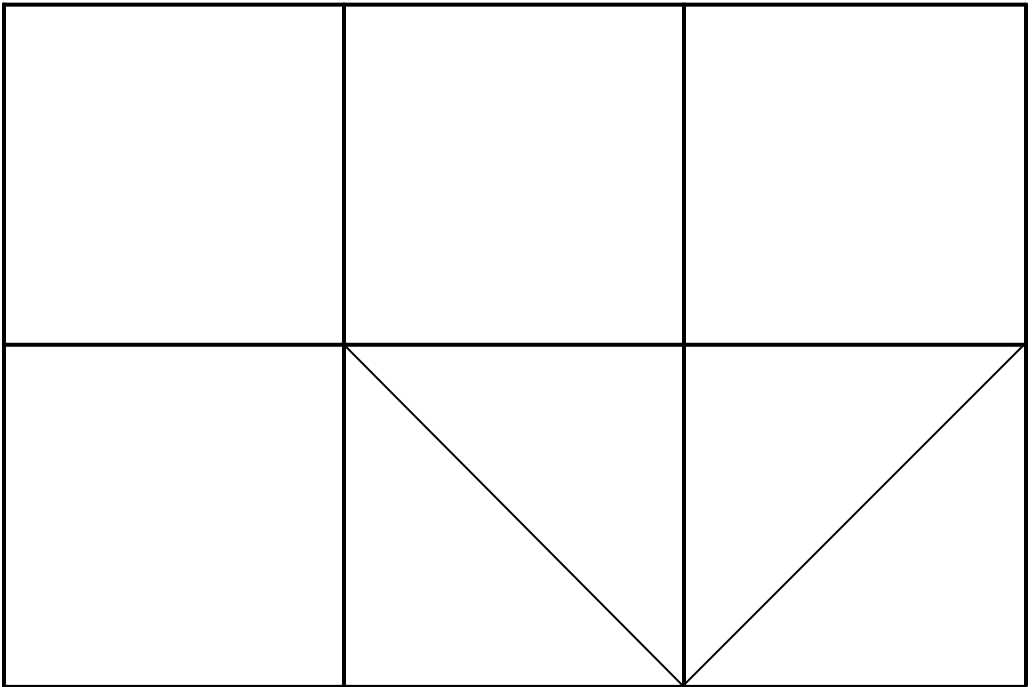




(6)

(7)

(8)



(6)

(7)

(8)