

文字式を目で見よう

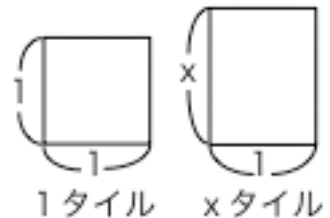
三川 一夫 (東京)

0. ポケットから出てきたもの

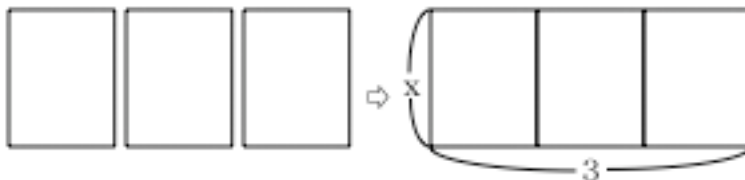
今回四次元ポケットから出てきたのはタイルです。

1. 文字式の計算はベキタイルが一番

中1では次のようなたて1よこ1の正方形の「1タイル」と、たてx横1の長方形の「xタイル」を使います。



xタイルを3枚使って1つの長方形を作ってもらいます。

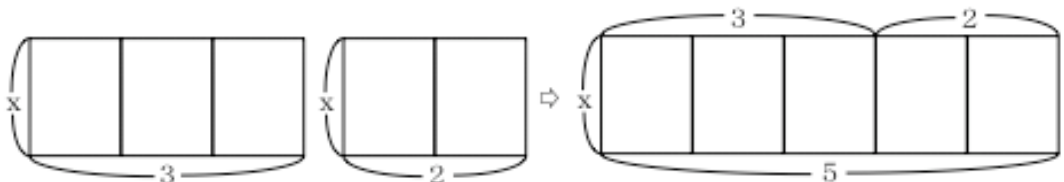


この長方形のたてとよこの長さはどうなりますか。

たてがxでよこが3になるので

$$x + x + x = x \times 3 = 3x \quad \text{となります。}$$

$3x + 2x$ はどうなりますか。タイルを並べ1つの長方形にしてみよう

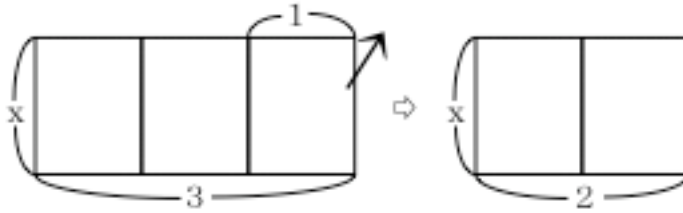


したがって、たてとよこの長さは たてがx、よこは $3 + 2 = 5$ となります。

$$3x + 2x = x \times (3 + 2) = x \times 5 = 5x \quad \text{となります。}$$

$3x - x$ はどうなりますか。

これは $3x$ から x を取ることから、タイルを並べてやってみます



$$3x - x = x \times (3 - 1) = x \times 2 = 2x$$

これをするると、「 $3x - x = 3$ 」という間違いはかなり少なくなります。

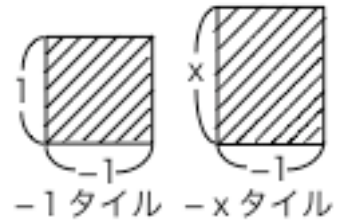
2. マイナスの面積を考える

つぎに、 $3x - 5x$ について考えます。

正負の数の計算では $3 - 5 = 3 + (-5)$

同じように、 $3x - 5x = 3x + (-5x)$ と考えます。

ここで、マイナスの面積のタイルの登場です。

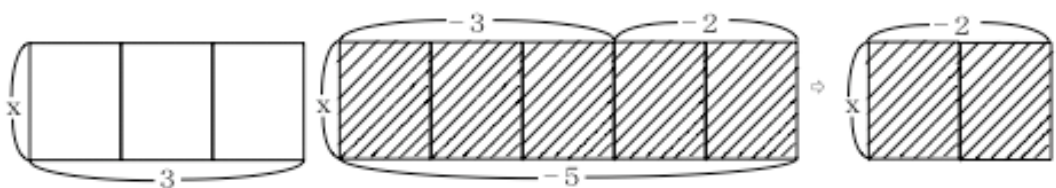


図では右のように斜線を入れて表します。

「 -1 タイル」は、「たて1よこ -1 」か「たて -1 よこ1」の正方形

「 $-x$ タイル」は、「たて x よこ -1 」か「たて $-x$ よこ1」の長方形

生徒用のタイルは表がプラス、裏がマイナスとし裏返して使います。



ここではキャンセルの原理が使われます。



$$= 0$$

$$x + (-x) = 0$$



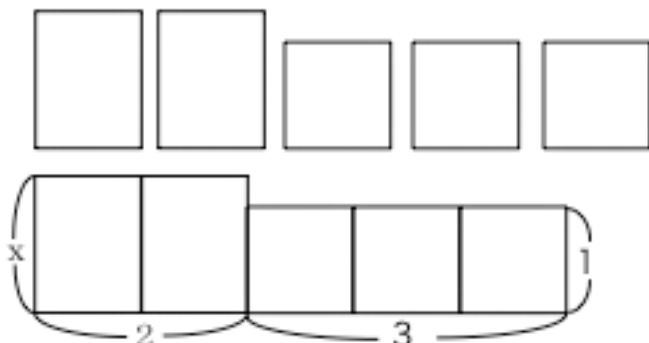
$$= 0$$

$$1 + (-1) = 0$$

だから $3x - 5x = (3 - 5)x = -2x$

3. xタイルと1タイルは1つの長方形になる？

xタイル2枚と1タイル3枚を用意し1つの正方形ができるかやってみよう。

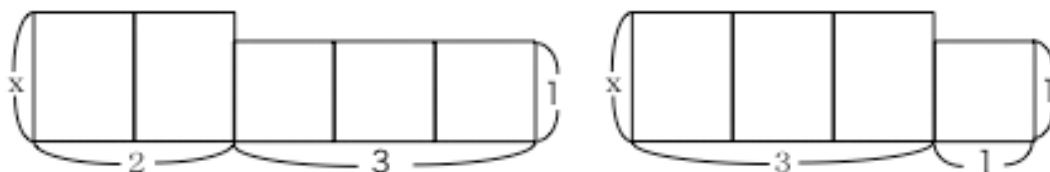


ここではxタイルと1タイルでは長方形は作れないことを確認します。

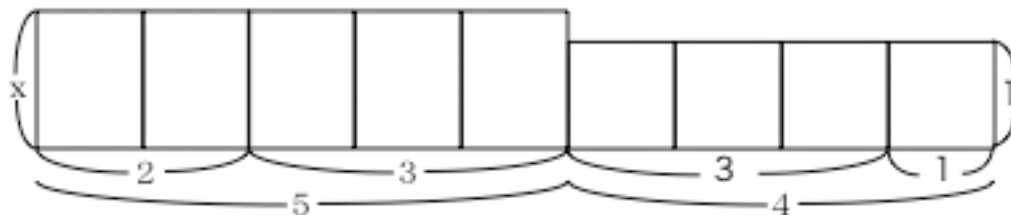
2xと3とは1つにはできないので、 $2x + 3$ と表します。

次に $(2x + 3) + (3x + 1)$ がどうなるか考えます。

ベキタイルを並べて考えてもらいます。



xタイルはxタイルで、1タイルは1タイルで集めます。



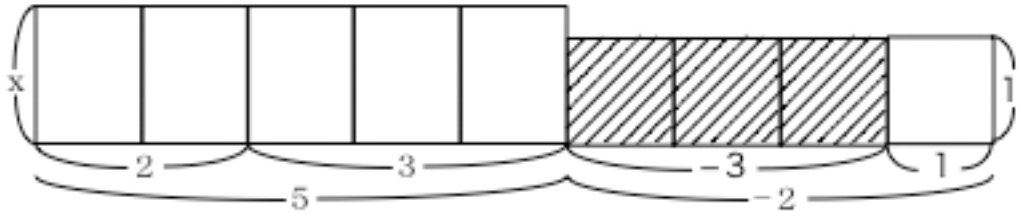
$$(2x + 3) + (3x + 1)$$

$$= (2x + 3x) + (3 + 1) = (2 + 3)x + (3 + 1) = 5x + 4$$

$(2x - 3) + (3x + 1)$ を考えさせます。まずタイルを並べてみます。



xタイル、1タイルそれぞれ集めます。



1タイルはキャンセルされるので



$$(2x - 3) + (3x + 1)$$

$$= (2x + 3x) + (-3 + 1) = (2 + 3)x + (-3 + 1) = 5x - 2$$

4. 整数倍について(分配法則)

次に $2(3x + 1)$ について考えます。

これはたてが2よこが $(3x + 1)$ の長方形の面積ということです。

ここでつぎのように、タイルを物差しに使います。

たてに1タイルを2つ、

よこに $3x + 1$ 並べます。

右の図の点線の長方形が求める面積です。ここにベキタイルを並べてもらいます。

x タイルの数を数えます。

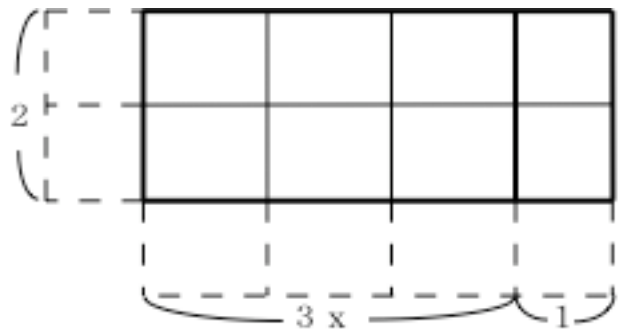
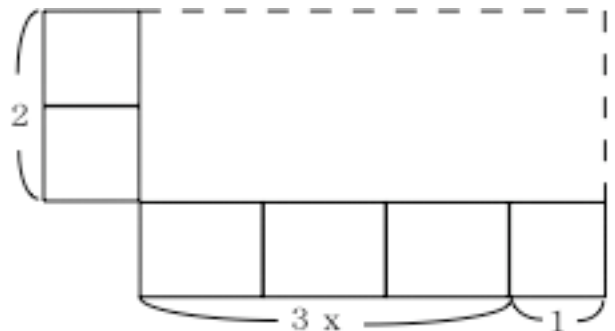
たて2よこ3だから $2 \times 3 = 6$

1タイルの数を数えます。

たて2よこ1だから $2 \times 1 = 2$

よって

$$2(3x + 1) = (2 \times 3)x + 2 \times 1 \\ = 6x + 2$$



文字式の計算を面積として表し、見えるようにして計算方法を理解できます。